

Pic de Hubbert, rente de Hotelling et MFG

Pierre-Noël Giraud, Olivier Guéant, Jean-Michel Lasry,
Pierre-Louis Lions

6 Juillet 2009

Plan

- Modélisation du marché pétrolier sur longue période (100 à 150 ans)
- Ressource épuisable, nombreux producteurs \Rightarrow Modélisation MFG.
- Deux EDP Forward/Backward des MFG avec couplage par les prix. Externalités potentielles.
- Rente de Hotelling. Pic de Hubbert.
- Etude de l'entrée d'une énergie alternative **renouvelable**.

- Production pétrolière : grand nombre d'acteurs \Rightarrow continuum d'agents.
Disparité des réserves \Rightarrow distribution initiale des réserves.
- Concurrence parfaite \Rightarrow Producteurs preneurs de prix.
- Coûts de production quadratiques uniformes :
 $C(q) = \alpha q + \frac{\beta}{2} q^2$.
- Demande isoélastique et croissance économique :
 $D(t, p) = Ee^{\rho t} p^{-\sigma}$
- Cadre d'optimisation des producteurs :

$$\text{Max} \int_0^{\infty} (p(t)q(t) - C(q(t))) e^{-rt} dt$$

$$dR(t) = -q(t)dt + \nu R(t)dW(t)$$

$$\forall t > 0, q(t) \geq 0$$

- $\nu = 0$. Possibilité d'utiliser les outils classiques (solutions de référence) : Lagrangien...

$$\mathcal{L} = \int_0^{\infty} (p(t)q(t) - C(q(t)))e^{-rt} dt + \lambda(R_0) \left(R_0 - \int_0^{\infty} q(t) dt \right)$$

- Les conditions du premier ordre sont (tant que $q(t) > 0$) :

$$p(t) = C'(q(t)) + \underbrace{\lambda(R_0)e^{rt}}_{\text{Rente de Hotelling}}$$

- donc...

$$q(t) = \frac{1}{\beta} [p(t) - \alpha - \lambda(R_0)e^{rt}]_+$$

- et l'on peut en déduire une solution en bouclant sur $\lambda(R_0)$ et $p(t)$... Algorithme d'élucidation. Mais le cadre lagrangien a très peu de flexibilité, pas d'externalités possibles.

- Deux EDP des MFG :

$$(HJB) \quad \partial_t u(t, R) + \frac{\nu^2}{2} R^2 \partial_{RR}^2 u(t, R) + \frac{([\rho(t) - \alpha - \partial_R u(t, R)]_+)^2}{2\beta} = ru(t, R)$$

$$(K) \quad \partial_t m(t, R) + \partial_R \left(-\frac{(\rho(t) - \alpha - \partial_R u(t, R))_+}{\beta} m(t, R) \right) = \partial_{RR}^2 \left[\frac{\nu^2}{2} R^2 m(t, R) \right] \quad ET \quad q^*(t, R) = \frac{(\rho(t) - \alpha - \partial_R u(t, R))_+}{\beta}$$

- Offre = Demande \Rightarrow Le prix est une fonctionnelle de m :

$$\rho(t) = D(t, \cdot)^{-1} \left(-\frac{d}{dt} \int Rm(t, R) dR \right)$$

- Le système peut être généralisé pour prendre en compte une externalité. Par exemple, la volonté des producteurs de pétrole de produire avant leurs pairs.

$$(HJB) \quad \partial_t u(t, R) + \frac{\nu^2}{2} R^2 \partial_{RR}^2 u(t, R) + \frac{([p(t) - \alpha - \partial_R u(t, R)]_+)^2}{2\beta} \\ + H \left(\int_0^R m(t, \phi) d\phi \right) = ru(t, R)$$

H est une fonction décroissante.

- La rente de Hotelling s'interprète comme le gradient de la fonction de Bellman.
- Difficultés :
 - Non linéarité.
 - Bouclage + Forward/Backward.
 - Concentration de m
- Numériquement :
 - Passage à une échelle logarithmique
 - Rajouts de conditions de bord. Neumann en R , Dirichlet en T .
 - $p \Rightarrow u \Rightarrow q^* \Rightarrow m \Rightarrow p$. Point fixe : convergence très rapide.

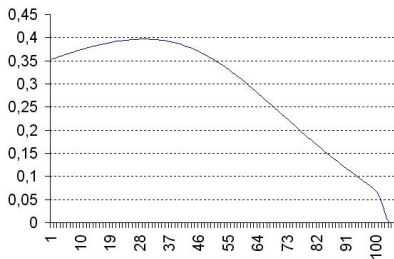


Figure: $r = 5\%$, $\rho = 2\%$, $\alpha = 10$, $\beta = 100$, $\sigma = 1.2$, $\nu = 0$

Problème de la fin de production.

Pic de Hubbert global. Il existe un seuil R^{hub} tq seuls les $R > R^{hub}$ présentent un pic. $R^{hub} = R^{hub}(\underbrace{\rho}_{-}, \underbrace{r}_{+})$

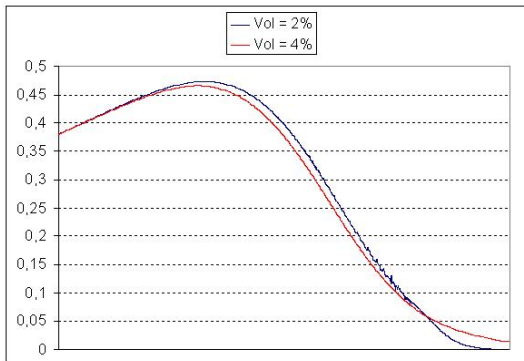


Figure: $r = 10\%$, $\rho = 2\%$, $\alpha = 10$, $\beta = 100$, $\sigma = 1.2$

Problème de la fin de production tout à fait différent.

- Cadre précédent pour la production pétrolière (1)
- Energie alternative renouvelable (2) : continuum de producteurs et $C_2(q_2) = \alpha_2 q_2 + \frac{\beta_2}{2} q_2^2$.
- Fonctions de demande :

$$D_1(t, p_1, p_2) = Ee^{\rho t} p_{en}^{-\sigma} \left(\frac{p_1}{p_{en}} \right)^{-\eta}$$

$$D_2(t, p_1, p_2) = Ee^{\rho t} p_{en}^{-\sigma} \left(\frac{p_2}{p_{en}} \right)^{-\eta}$$

$$p_{en} = \left(p_1^{1-\eta} + p_2^{1-\eta} \right)^{\frac{1}{1-\eta}}$$

Utilité CES. Trois effets clairs + Transfert partiel de la rente de Hotelling.

- On ne regarde que l'équilibre de marché (pas dans la litt. "Cheapest used first". Herfindahl, Kemp et Long.)

- Coût fixe pour pénétrer sur le marché : F
- Optimisation :

$$\max_{T, q_2(\cdot)} -Fe^{-rT} + \int_T^{\infty} (p_2(t)q_2(t) - C_2(q_2(t))) e^{-rt} dt$$

- Entrée lorsque l'équilibre post-entrée devient rentable :

$$p_2(T) = \alpha_2 + \sqrt{2\beta_2 rF}$$

- Les pétroliers anticipent l'entrée : deux effets.
 - Effet "exogène" : Sur-production pour *liquider* les stocks de pétrole.
 - Effet "endogène" : Sous-production pour retarder l'entrée.

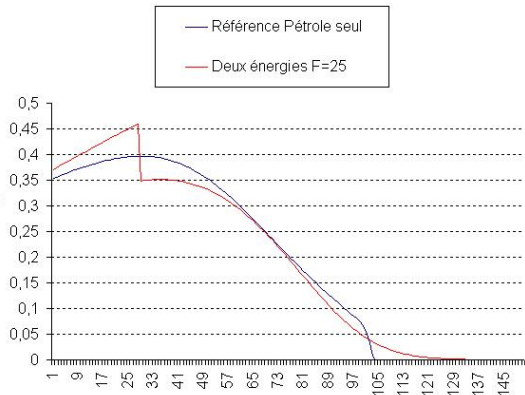


Figure: $\alpha_1 = 10, \beta_1 = 100, \alpha_2 = 50, \beta_2 = 50, \sigma = 1.2, \eta = 3.6, F = 25$

Domination de l'effet exogène : la présence potentielle d'un entrant entraîne un surplus de pollution.

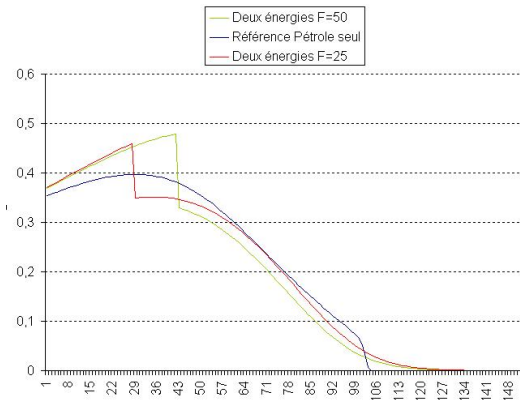


Figure: $\alpha_1 = 10, \beta_1 = 100, \alpha_2 = 50, \beta_2 = 50, \sigma = 1.2, \eta = 3.6$

Légèrement plus de pollution mais beaucoup moins longtemps...
Enjeu : Subvention publique utile ?

Le cas d'une énergie renouvelable moins coûteuse

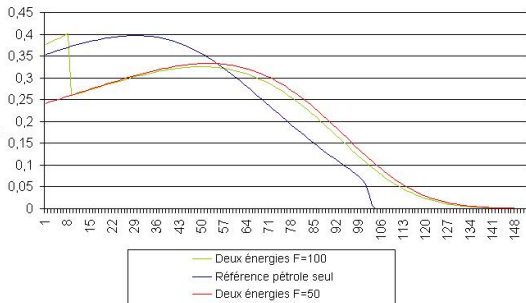


Figure: $\alpha_1 = 10, \beta_1 = 100, \alpha_2 = 10, \beta_2 = 50, \sigma = 1.2, \eta = 3.6$

L'entrée peut être immédiate si la technologie est peu coûteuse. Si l'on est proche d'un tel cas, subventionner l'énergie nouvelle pour supprimer les coûts fixes peut être intéressant.

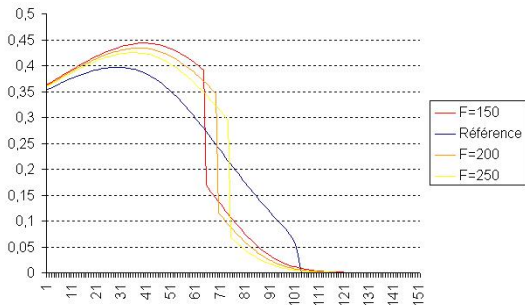


Figure: $\alpha_1 = 10, \beta_1 = 100, \alpha_2 = 50, \beta_2 = 50, \sigma = 1.2, \eta = 3.6$

Si l'on a une contrainte sur la subvention, il semble qu'une dépense ne soit pas nécessairement optimale quand la technologie a d'importants coûts fixes.